Représentations associées à des graduations d'algèbres de Lie colorées

La notion d'algèbre de Lie colorée, introduite par Rittenberg et Wyler (1978) et étudiée par Scheunert (1979), généralise les notions d'algèbre de Lie et de superalgèbre de Lie. A partir d'une représentation V d'une algèbre de Lie colorée $\mathfrak{g}$, on donne différentes manières de construire une algèbre de Lie colorée $\tilde{\mathfrak{g}}$ dont le crochet étend celui de $\mathfrak{g}$ et l'action de $\mathfrak{g}$ sur V. Une première possibilité est de considérer $\tilde{\mathfrak{g}} = \mathfrak{g} \oplus V$ et nécessite l'annulation d'un invariant étudié par Kostant (1999). Une autre construction est possible quand la représentation est "spéciale" et dans ce cas l'extension est de la forme $\tilde{\mathfrak{g}} = \mathfrak{g} \oplus \mathfrak{sl}(2, k) \oplus V \otimes k^2$. Des covariants sont associés aux représentations spéciales et satisfont à des identités particulières généralisant des propriétés établies par Mathews (1911) sur les cubiques binaires. La représentation fondamentale de G_2 ainsi que la représentation spinorielle de $\mathfrak{so}(7)$ sont des exemples de représentations spéciales.